

NOVEMBER/DECEMBER 2023

CAMA15C/BAMA15C — MATHEMATICS — I

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.



1. Prove : $\frac{e^2 - 1}{e^2 + 1} = \frac{\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots}{1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \dots}$

நிறுவுக : $\frac{e^2 - 1}{e^2 + 1} = \frac{\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots}{1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \dots}$

2. Prove : $\log \frac{(1+x)}{(1-x)} = 2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \right)$

நிறுவுக : $\log \frac{(1+x)}{(1-x)} = 2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \right)$

3. Form a cubic equation where whose roots are $2, 3 + \sqrt{-2}$.

$2, 3 + \sqrt{-2}$ இவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட முப்படிச் சமன்பாட்டை அமைக்க.

4. Give an example of reciprocal equation.

தலைகீழ் சமன்பாட்டிற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு தருக.

5. Define unitary matrix.

ஒரலகு மட்டு அணியை வரையறு.

6. State Cayley Hamilton theorem.

கெய்லி ஹேமில்டன் தேற்றத்தைக் கூறுக.

7. If $x = \cos \theta + i \sin \theta$ then find the value of $x^n + \frac{1}{x^n}$.

$x = \cos \theta + i \sin \theta$ எனில் $x^n + \frac{1}{x^n}$ -ன் மதிப்பு காண்க.

8. Expand $\cos 5\theta$ interms of $\cos \theta$ and $\sin \theta$.

$\cos \theta$ மற்றும் $\sin \theta$ -ன் உறுப்புகளில் $\cos 5\theta$ -வை விரித்து எழுதுக.

19. Prove : $2^7 \sin^8 \theta = \cos 8\theta - 8 \cos 6\theta + 28 \cos 4\theta - 56 \cos 2\theta + 35$

நிறுவுக : $2^7 \sin^8 \theta = \cos 8\theta - 8 \cos 6\theta + 28 \cos 4\theta - 56 \cos 2\theta + 35$

20. Find the radius of curvature of $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ at any point.

ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$ -ன் வளைவு ஆரம் காண்க.



SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Sum the series :

$$1 + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+3^2}{3!} + \frac{1+3+3^2+3^3}{4!} + \dots$$

தொடரின் கூடுதல் காண்க.

$$1 + \frac{1+3}{2!} + \frac{1+3+3^2}{3!} + \frac{1+3+3^2+3^3}{4!} + \dots$$

17. Solve : $x^5 + 8x^4 + 21x^3 + 21x^2 + 8x + 1 = 0$.

தீர்க்க : $x^5 + 8x^4 + 21x^3 + 21x^2 + 8x + 1 = 0$.

18. Verify Cayley Hamilton theorem for the matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Find its inverse.}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ என்ற அணிக்கு கெய்லி ஹேமில்டன்}$$

தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க அதன் நேர்மாறும் காண்க.

9. If $y = \log \sec x$ find y_3 .

$y = \log \sec x$ எனில் y_3 காண்க.

10. What is the formula for radius of curvature ρ in Cartesian form?

வளைவு ஆரம் ρ -விற்கு கார்டீசியன் வடிவ சூத்திரம் யாது?

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) Resolve into partial fractions $\frac{2x+1}{(x-1)(x^2+1)}$.

பகுதி பின்னங்களாகக் கூறாக்குக $\frac{2x+1}{(x-1)(x^2+1)}$

Or

- (b) Find the sum to infinity of the series

$$\frac{5}{3.6} + \frac{5.7}{3.6.9} + \frac{5.7.9}{3.6.9.12} + \dots$$

தொடரின் கந்தழி வரை கூடுதல் காண்க.

$$\frac{5}{3.6} + \frac{5.7}{3.6.9} + \frac{5.7.9}{3.6.9.12} + \dots$$

12. (a) Find the positive root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ by Newton's method.

நியூட்டன் முறையில் $x^3 - 2x - 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகை மூலத்தைக் காண்க.

Or

- (b) Increase the roots by 1 of the equation $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 12x - 3 = 0$.

$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 12x - 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களை 1 ஆல் அதிகரிக்க.

13. (a) Find the eigen values and eigen vectors of the matrix $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகள் மற்றும் ஐகன் வெக்டர்களைக் காண்க.

Or

- (b) Find the eigen values of $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ -ன் ஐகன் மதிப்புகளைக் காண்க.

14. (a) If $\frac{\tan \theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$ then show that $\theta = 1^{\circ}58'$.

$\frac{\tan \theta}{\theta} = \frac{2524}{2523}$ எனில் $\theta = 1^{\circ}58'$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Express $\frac{\sin 6\theta}{\sin \theta}$ in terms of $\cos \theta$.

$\frac{\sin 6\theta}{\sin \theta}$ -வை $\cos \theta$ -ன் உறுப்புகளில் வெளியிடுக.

15. (a) Find the radius of curvature of $xy = 30$ at $(3, 10)$.

$(3, 10)$ -ல் $xy = 30$ -ன் வளைவு ஆரம் காண்க.

Or

- (b) If $y = \frac{\sinh^{-1} x}{\sqrt{1+x^2}}$ prove that

$$(1+x^2)y_2 + 3xy_1 + y = 0.$$

$y = \frac{\sinh^{-1} x}{\sqrt{1+x^2}}$ எனில்

$$(1+x^2)y_2 + 3xy_1 + y = 0 \text{ என நிறுவுக.}$$